Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

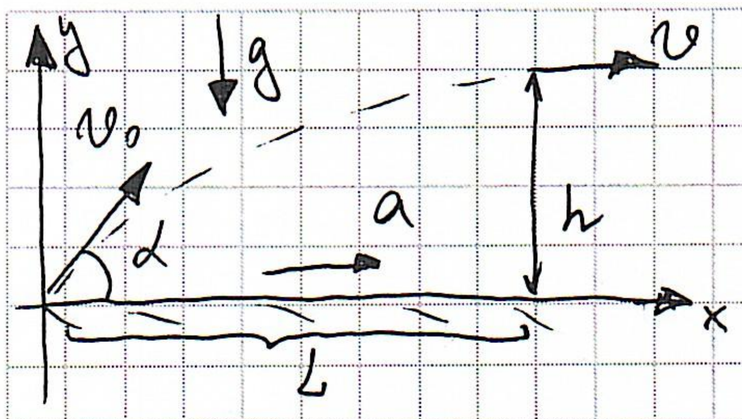
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 1



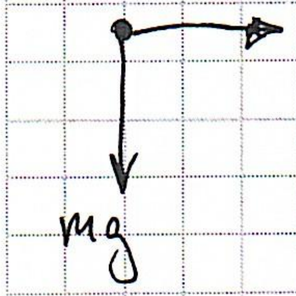
N1

$h = 5$ м; $L = 10$ м;

$v = v_0$; $v_0 - ?$ $a - ?$

Вдоль оси ox на мяч будет как будто действовать сила, которая сообщает ускорение a. ox: $F_x = ma_x = ma$ (II закон Ньютона)

На мяч действуют две силы. Теорема об изм. кин. энергии: $A^{\text{все сил}}_{\text{сил}} = \Delta K$. $v_0 = v \Rightarrow \Delta K = 0$



$A^{\text{все сил}}_{\text{сил}} = 0$; $mg(0-h) + maL = 0 \mid \cdot \frac{1}{m}$

$gh = aL \Rightarrow a = \frac{gh}{L}$; $a = \frac{10 \cdot 5}{10} = 5 \frac{м}{с^2}$

Р-м кинематику мяча. допустим бросили под углом α.

ox: $L = vt - \frac{at^2}{2}$; $L = v\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{a}{2}\frac{2h}{g} =$

oy: $h = 0 + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2h}{g}$ $= v\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{ah}{g} \Rightarrow$

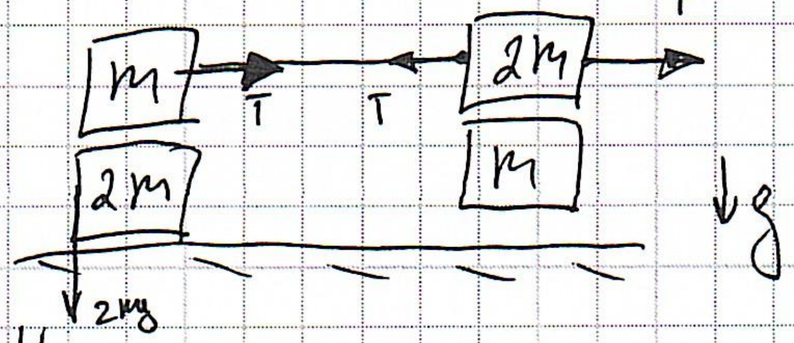
(пользуясь формулами для нахождения скорости) $\Rightarrow v = \frac{L + \frac{a \cdot h}{g}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} = \frac{L + \frac{\frac{gh}{L} \cdot h}{g}}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$.

$v = \frac{10 + \frac{5^2}{10}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}}} = 12,5 \frac{м}{с}$.

Ответ: $a = 5 \frac{м}{с^2}$, $v = 12,5 \frac{м}{с}$

Можно использовать оборот листа для записи решений

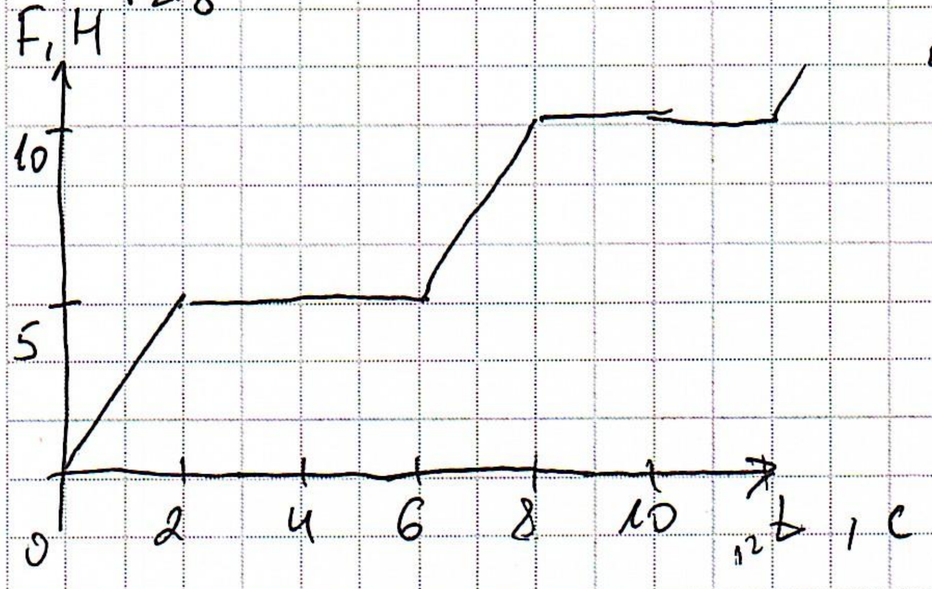
№3



$T_0 = 10$ Н ; $\mu = 0{,}5$

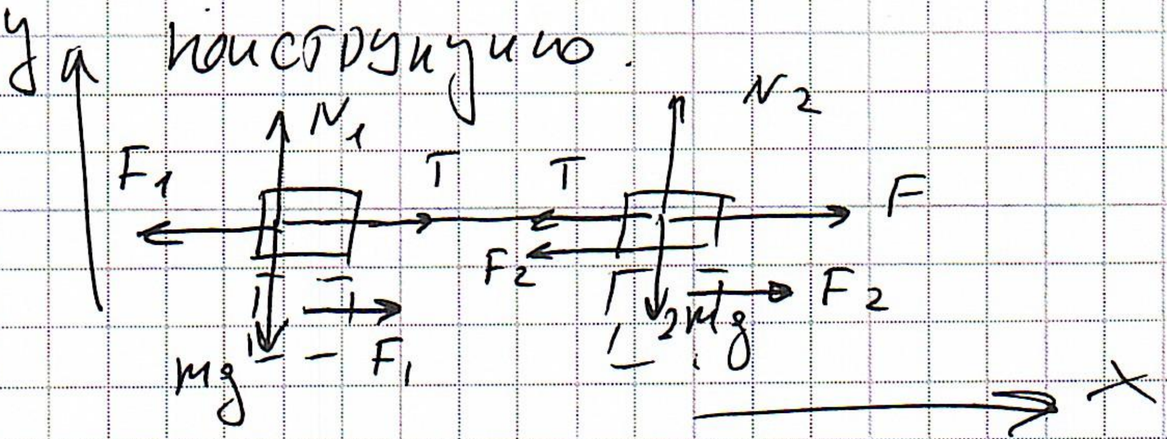
$m = 1$ кг ;

$F(t)$. τ – ?



графики ←

Р-м силы, действующие на конструкцию.



→ На два верхних m и 2m действуют силы трения F_1 и F_2, а на нижние трения также F_1 и F_2, только в другие стороны (по III З.Н.). Вся конструкция движется с ускорением a, а силы трения – силы треп. пока. Конструкция может разрушиться по 2 причинам: 1) порвется нить, тогда все бруски разъедутся 2) сж начнется проскальзывание.

Р-м оба случая и найдем, что случится первее.

1). $T = T_0$. II закон Ньютона для всех тел: (с учетом: $F_1 = \mu N_1$, $F_2 = \mu N_2$, $F_{тр} = \mu mg$)

$$\text{ox: } ma = T_0 - F_1, \quad 2ma = F_1 \quad (1)$$

$$2ma = F - T_0 - F_1, \quad ma = F_2 \quad (2)$$

$$ma = T_0 - 2ma \Rightarrow 3ma = T_0$$

$$2ma = F - T_0 - ma \qquad 3ma = F - T_0 \Rightarrow F - T_0 = T_0$$

$$F = 2T_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_0 = \frac{F}{2}, \; F_{T_0}$$

$F = 2 \cdot T_0 = 2 \cdot 10$ Н $= 20$ Н.

Однако мы нашли в предположении что проскальзывания нет (продолж на след. стр. ⟶)

olymp.bmstu.ru

→ №3 Мы предположили, что $F_1 \leq \mu N_1$, $F_2 < \mu N_2$

оу: $N_1 = mg$, $N_2 = 2mg$, $F_1 < \mu mg$; $F_2 < 2\mu mg$

$F_1 < 0{,}5 \cdot 1 \cdot 10 = 5$ Н; $F_2 < 2 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 10 = 10$ Н

$F_1 < 5$ Н; $F_2 < 10$ Н. Из строк (1) и (2) следует:

$F_1 = 2ma$ ← $ma = T_0 - F_1$

$F_2 = ma$ | $2ma = 2T_0 - T_0 - F_2 = T_0 - F_2$, $ma = \frac{T_0 - F_2}{2}$

$F_1 = 2T_0 - 2F_1$; $3F_1 = 2T_0 \Rightarrow F_1 = \frac{2}{3}T_0 = \frac{2 \cdot 10}{3} = \frac{20}{3}$ Н

$F_2 = \frac{T_0 - F_2}{2}$; $2F_2 = T_0 - F_2$; $3F_2 = T_0$; $F_2 = \frac{T_0}{3} = \frac{10}{3}$ Н

F_2 подходит, т.к. $\frac{10}{3}$ Н < 10 Н; а F_1 нет, т.к. $\frac{20}{3}$ Н > 5 Н $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ конструкция разрушится из-за того что левый верхний брусок начнет скользить. Перепишем уравнения учитывая это.

$F_1 = \mu mg$; $F = 2T$; $2ma = F_1$; $2ma = \mu mg$ | $\cdot \frac{1}{m}$

$T = 3ma$; $a = \frac{\mu g}{2}$

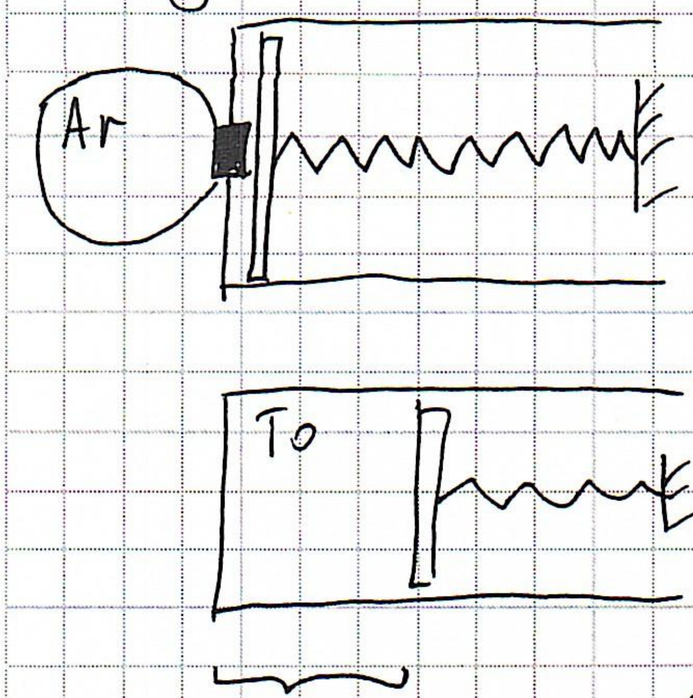
↓ $F = 6ma = 6 \cdot m \cdot \frac{\mu g}{2} = 3\mu mg$; $F = 3 \cdot 0{,}5 \cdot 1 \cdot 10 = 15$ Н

при $F = 15$ Н конструкция разрушится. Из графика видно, что это происходит на 1 с.

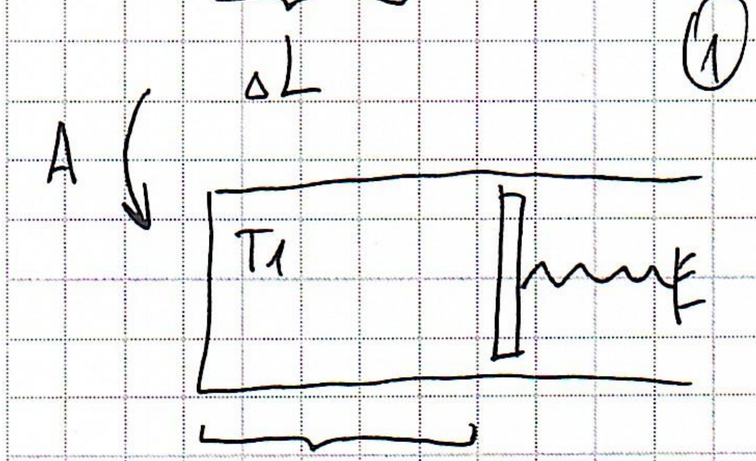
Ответ: $\tau = 1$ с

№4

сосуд в вакууме



не деф.



$\Delta L = 5$ см

$\Delta x = \Delta L = 5$ см

$A = 1{,}5$ кДж

Q – ?

① первое начало термодин.: (учитываем, что для Ar $i = 3$)

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\cdot(T_1 - T_0) + A.$$

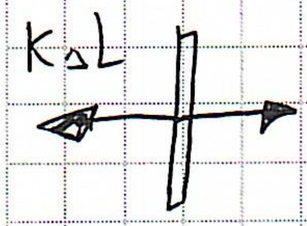
$$\begin{cases} \text{ур. Мен.-Клап.} \quad P_0V_0 = \nu R T_0, \ (1) \\ P_1V_1 = \nu R T_1, \ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_0 S\Delta L = \nu R T_0 \quad (1') \\ P_1 S\cdot 2\Delta L = \nu R T_1 \quad (2') \end{cases}$$

(2) – (1'): $\nu R\cdot(T_1 - T_0) = P_1 S 2\Delta L - P_0 S\Delta L =$

$= S\Delta L\cdot(2P_1 - P_0)$. $\Rightarrow \frac{3}{2}\nu R\cdot(T_1 - T_0) = \frac{3}{2} S\Delta L\cdot(2P_1 - P_0)$ (*)

Р-м силы на поршень в состояниях ⓪ и ①



⓪ $\begin{cases} P_0 S = k\Delta L \\ P_1 S = 2k\Delta L \end{cases}$ – условие равновесия.



① $A_{\text{газа}} = -A_{\substack{\text{инд.} \\ \text{газом}}} = A$

$$A = \frac{k}{2}(2\Delta L)^2 - \frac{k}{2}(\Delta L)^2 = \frac{4k\Delta L^2 - k\Delta L^2}{2} =$$

$$= \frac{3k\Delta L^2}{2}; \quad k\Delta L^2 = \frac{2A}{3}; \quad k\Delta L = \frac{2A}{3\Delta L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_0 S = \dfrac{2A}{3\Delta L} \\ P_1 S = 2\cdot\dfrac{2A}{3\Delta L} \end{cases}$$ подставим в (*):

$$\frac{3}{2}\nu R\cdot(T_1 - T_0) = \frac{3}{2}\Delta L\cdot(2P_1 S - P_0 S) =$$

$$= \frac{3}{2}\Delta L\cdot\left(2\cdot\frac{2\cdot 2A}{3\Delta L} - \frac{3\cdot 2A}{3\Delta L}\right) = 3A$$

(Прод. на след. стр. →)

olymp.bmstu.ru

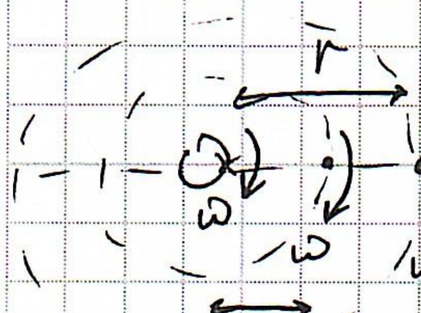
№4

ИДН К, $\frac{3}{2}\nu R\cdot(T_1-T_2)=3A=3\nu$, тогда

$Q=3A+A=4A$, $Q=4\cdot1{,}5\ кДж=6\ кДж$

Ответ: $Q=6$ кДж

№2



R, $x-?$. Т.К. спутник который вращ. по орбите R все время над станцией, то у планеты и него одинаковые угл. скорости. 2-ой спутник один раз за сутки (24 часа) пролетает станцию. перейдем в СО, которая вращается с ω. тогда планета и 1-ый спутник неподвижны, а второй вращается по окружности с периодом $T=24$ часа, Очевидно, что расстояние между ними будет min когда они находятся на одной линии (планета, 1-ый и 2-ой спутники) $x=|r-R|$. $\omega_{отн}=\omega_1-\omega=\frac{2\pi}{T}$ (1) обратим внимание, что сутки – это время за которое планета делает один оборот вокруг оси $\Rightarrow \omega=\frac{2\pi}{T}$. подставим в (1): $\omega_1-\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{T}$,

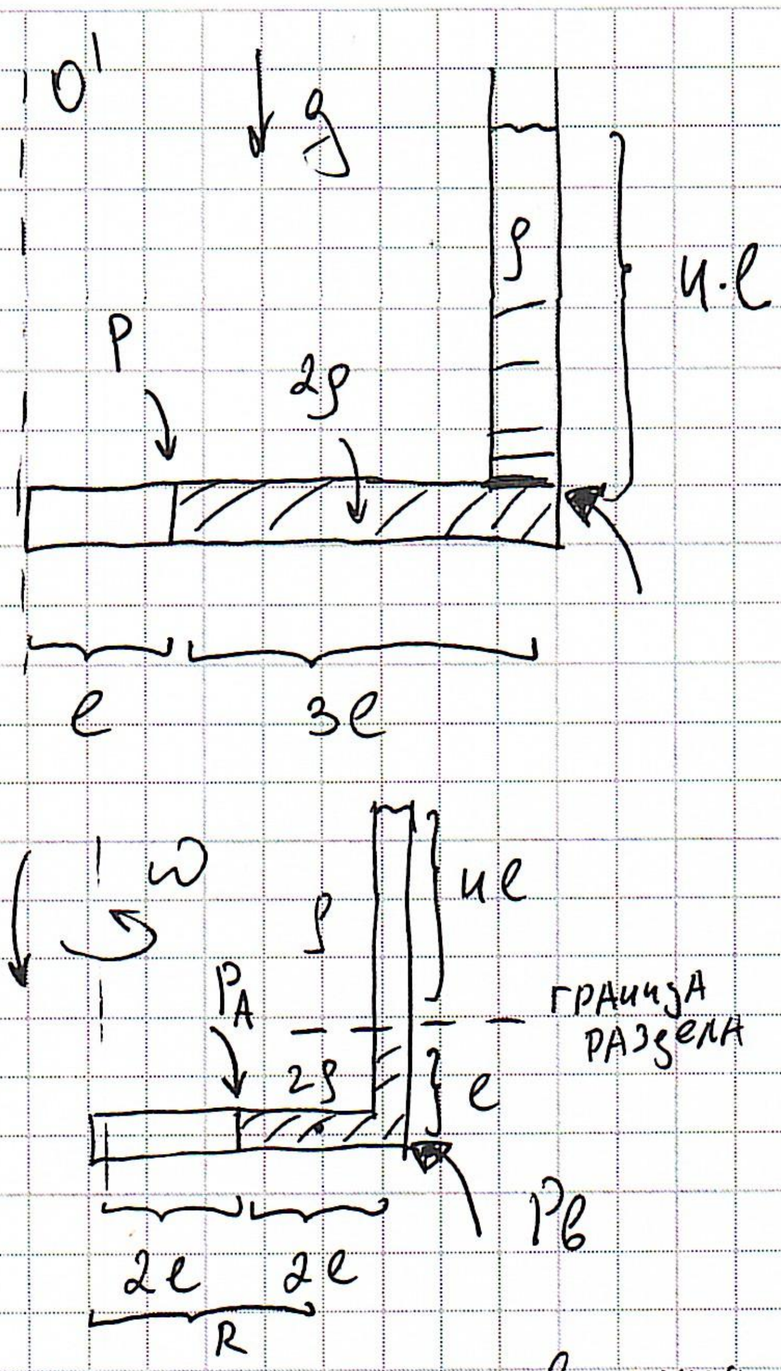
$\omega_1=2\cdot\frac{2\pi}{T}=2\cdot\omega$. Планета притягивает оба спутника. Запишем для них II закон Ньютона: $m\cdot a=\frac{\gamma mM}{R^2}$; $m_1\cdot a_1=\frac{\gamma m_1 M}{r^2}$

$\omega^2R=\frac{\gamma M}{R^2}$; $\omega_1^2 r=\frac{\gamma M}{r^2}\Rightarrow \omega^2R^3=\omega_1^2r^3$. $\omega_1=2\omega$

$\omega^2R^3=(2\omega)^2\cdot r^3$; $R^3=4r^3$; $R=r\cdot\sqrt[3]{4}\Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt[3]{4}}$

$X=R-\frac{R}{\sqrt[3]{4}}\approx 0{,}37R$. **Ответ: $X=0{,}37\cdot R$**

№5



ω — ?

Необходимо, что бы бб1 жидкости сместились на ℓ. Т.к. жидкость несжимаема, то при смещении жидкости 2ρ на ℓ, она займет в вертикальном колене ℓ. $T = const$, запишем урави. Мещ - Клап.:

начало: $P \cdot S\ell = \nu RT$

конец: $P_A \cdot 2S\ell = \nu RT$

$P = 2P_A$, давления на одной высоте всегда равны $\Rightarrow$

$\Rightarrow P = \rho_ч g \ell \Rightarrow 2P_A = \rho_ч g \ell \Rightarrow \boxed{P_A = 2\rho g \ell}$

Теперь все вращается. Найдем P_B, учитывая что в вертикальном колене давление: $P_B = \rho_ч g \ell + 2\rho g \cdot \ell = 6\rho g \ell$. $\boxed{P_B = 6\rho g \ell}$ Р-м ~~вертикально~~ горизонтально кусочек жидкости 2ρ. его центр. масс. находится по середине. Теорема о движении ц.м.: $M \cdot a_{ц.м.} = P_B S - P_A S$

$M = 2\rho V = 2\rho \cdot S \cdot 2\ell = \rho_ч S \ell$; $a_{ц.м.} = \omega^2 R = \omega^2 \cdot 3\ell$

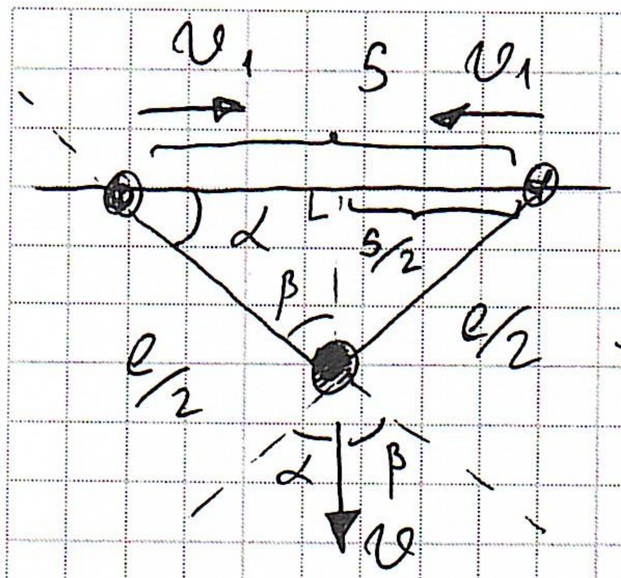
$3\ell\omega^2 \cdot \rho_ч S \ell = S(6\rho g \ell - 2\rho g \ell) \Big/ \cdot \frac{1}{\rho_ч \ell S}$

$12\omega^2 \ell = 4g \cdot \Big/ \frac{1}{4}$; $3\omega^2 \ell = g$, $\omega^2 = \frac{g}{3\ell}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}$; $\boxed{\text{ответ: } \omega = \sqrt{\frac{g}{3\ell}}}$

Вариант задания 1

№6 1-й лист задачи №6



$e = 1,5$ м; $S = 1,2$ м

$m = 0,1$ кг

$v - ?$ $T - ?$

Из симметрии системы очевидно что скорости верхних бусинок равны $v_{1б} = v_{2б} = v_1$. Нить нерастяжима $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ее длина const. Кин. связь для скоростей грузов:

$v_1 \cdot \cos\alpha = v \cos\beta$; из геометрии рисунка $\beta = 90^\circ - \alpha$

$v_1 \cos\alpha = v \sin\alpha$; $v_1 = v\,tg\alpha$. Найдем высоту

этого треугольника из шариков. $\left(\frac{e}{2}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2$

$\frac{e^2}{4} = h^2 + \frac{S^2}{4}$; $h^2 = \frac{e^2 - S^2}{4}$; $h = \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{2}$

$tg\alpha = \frac{h}{S/2} = \frac{2h}{S} = \frac{2}{S} \cdot \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{2} = \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{S}$

$v_1 = v \cdot \frac{\sqrt{e^2 - S^2}}{S}$; в данной механической системе

$m + m + m$ выполняется ЗСЭ.

$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + K_1 + K_2 + K_3 = \Pi_1' + \Pi_2' + \Pi_3' + K_1' + K_2' + K_3'$

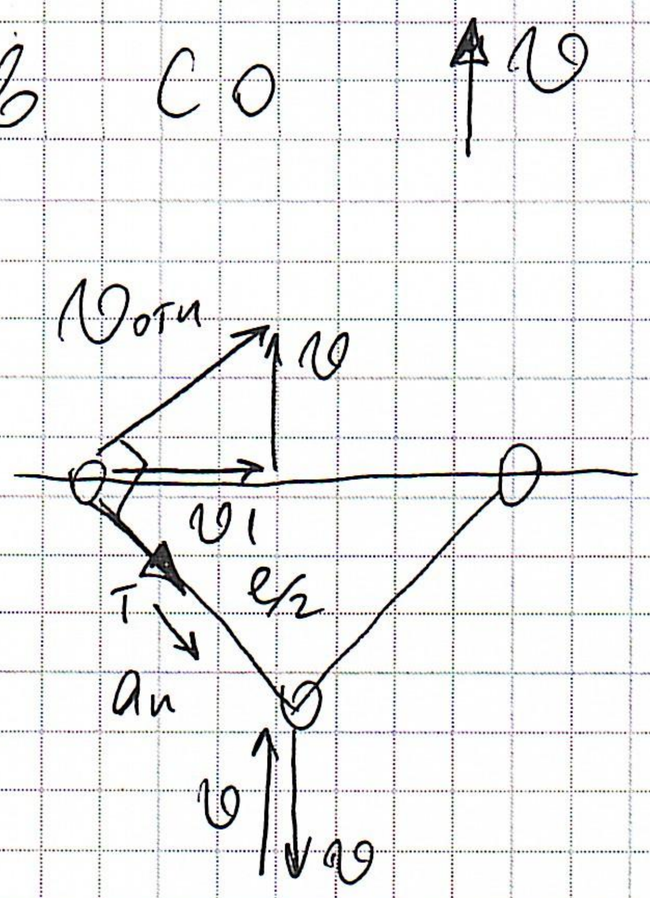
$0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0 + 0 - mgh + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$

$\frac{v_1^2}{2} + \frac{v_1^2}{2} + \frac{v^2}{2} = gh$; $v_1^2 + v_1^2 + v^2 = 2gh$; $2v_1^2 + v^2 = 2gh$

(Продолж. на след. стр. →)

3-й лист

Результат → №6 → рисунок с переходом



$ma_n = T$;

$m\frac{v_{отн}^2}{R} = T$; $T = \frac{m \cdot v_{отн}^2}{\ell/2}$

$v_{отн}^2 = v^2 + v_1^2 =$

$= v^2 + \left(v\frac{\sqrt{\ell^2 - s^2}}{s}\right)^2 =$

$= v^2 + v^2\frac{\ell^2 - s^2}{s^2} = \frac{v^2 s^2 + v^2\ell^2 - v^2 s^2}{s^2} =$

$= \frac{v^2\ell^2}{s^2}$; $v_{отн}^2 = \left(\frac{v\ell}{s}\right)^2$; $T = \frac{m\left(\frac{v\ell}{s}\right)^2}{\ell} \cdot 2 =$

$= \frac{2m}{\ell}\frac{\ell^2}{s^2} \cdot v^2 = \frac{2m\ell}{s^2} \cdot v^2 = \frac{2m\ell}{s^2} \cdot \frac{gs^2\sqrt{\ell^2 - s^2}}{2\ell^2 - s^2} =$

$\Rightarrow T = \frac{2mg\ell\sqrt{\ell^2 - s^2}}{2\ell^2 - s^2}$ подставим числа.

$T = \frac{15}{17}$ Н $\approx 0{,}9$ Н.

ОТВЕТ: $v = 2\ \frac{м}{с}$, $v_1 = 1{,}5\ \frac{м}{с}$, $T = 0{,}9$ Н

1-й лист решения этой задачи на лист 4 "сторона 1"

2-й лист решения этой задачи на лист 5 "сторона 1"

3-й лист на лист 4, сторона 2 (здесь)

? ? ?

2-й лист → №6

$2v_1^2 + v^2 = 2gh$, при этом

$v_1 = v\frac{\sqrt{e^2-s^2}}{s}$, тогда:

$2\cdot\left(v\frac{\sqrt{e^2-s^2}}{s}\right)^2 + v^2 = 2gh$;

$2\cdot v^2\cdot\frac{e^2-s^2}{s^2} + v^2 = 2gh$; $h = \frac{\sqrt{e^2-s^2}}{2}$

$\frac{2v^2(e^2-s^2)}{s^2} + \frac{v^2\cdot s^2}{s^2} = \frac{2g\cdot\sqrt{e^2-s^2}}{2}$

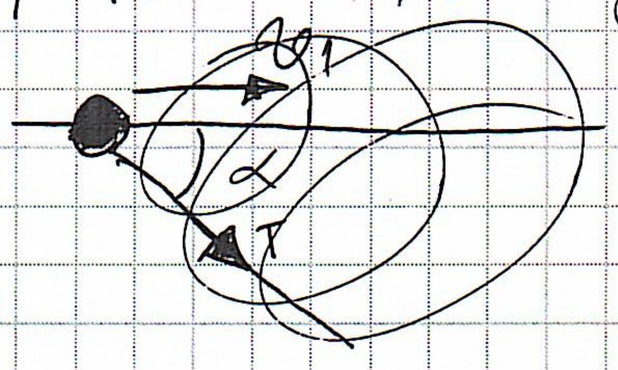
$\frac{2v^2e^2 - 2v^2s^2 + v^2s^2}{s^2} = g\cdot\sqrt{e^2-s^2}$

$2v^2e^2 - v^2s^2 = gs^2\cdot\sqrt{e^2-s^2}$, $v^2(2e^2-s^2) = gs^2\sqrt{e^2-s^2}$

$v = \sqrt{\frac{gs^2\sqrt{e^2-s^2}}{2e^2-s^2}}$, $v_1 = \sqrt{\frac{gs^2\sqrt{e^2-s^2}}{2e^2-s^2}}\cdot\frac{\sqrt{e^2-s^2}}{s}$

подставим числа: $v \approx 2\ \frac{м}{с}$, $v_1 \approx 1{,}5\ \frac{м}{с}$

Р-м теперь одну из верхних бусин.



перейдем теперь в СО нижней бусины. теперь эта часть нити неподвижна, а значит чтобы выполнялось усл. св-ва, надо чтобы скорость бусин была направлена перпендикулярно нити, и теперь ускорения бусин только нормальные (- продолж. на след. листе →)

№ СЧЕТНАЯ ЗАДАЧА

ИЗГОТАВЛИВАЮТ ОКИСЬ АЛЮМИНИЯ, ДЛЯ ЭТОГО СЖИГАЮТ НАКОПОРОШОК АЛЮМИНИЯ в среде чистого кислорода. $V = 1$ литр $= 0{,}001$ м^3

$P_0 = 0{,}5$ атм $= 0{,}5 \cdot 10^5$ Па ; $T_0 = 293$ К.

$\nu_1 = \frac{\nu_0}{2}$ (масса O_2 после сгорания) ; $m_1 - ?$ $P_{max} - ?$

Запишем уравнение реакции: $4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$

все происходит в камере фиксированного объема.

УР. Менд. - Клап. для кислорода в начале и конце:

$\begin{cases} P_0 V = \nu_0 R T_0 \quad (1) \\ P V = \nu_1 R T_1 \quad (2) \end{cases}$ в конце процесса горения - тепловое равновесие $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ температуры продуктов равны. $P = P_{max}$

(2): $PV = \frac{\nu_0 R T_1}{2}$; $\mu_{O_2} = 16 \frac{г}{моль}$; $\mu_{O_2} = 32 \frac{г}{моль}$

$\mu_{Al} = 27 \frac{г}{моль}$ (из таблицы Менделеева). ~~в реакцию~~

~~Элементы~~ в реакцию вошло столько молей кислорода: $\nu_0 = \frac{P_0 \cdot V}{R T_0}$

а получилось $\frac{\nu_0}{2}$. Закон сохранения в-ва: $\nu_0 + \nu_{Al} = \frac{\nu_0}{2} + \nu_1$

$\nu_1 = \frac{\nu_0}{2} + \nu_{Al}$. Составим пропорцию: $\frac{\nu_{Al}}{\nu_0} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

$\nu_{Al} = \frac{2}{3}\nu_0$; $\nu_1 = \frac{\nu_0}{2} + \frac{2\nu_0}{3} = \frac{3\nu_0 + 4\nu_0}{6} = \frac{7\nu_0}{6}$

$m_1 = \frac{7 \cdot \mu_{Al}}{6} \cdot \frac{P_0 V}{R T_0} \approx 0{,}6$ грамм. Наше давление: $P_1 = \frac{\nu_0 R T_0}{2V} =$

$= 25000$ Па Ответ: $m_1 = 0{,}6$ грамм ; $P_1 = 25000$ Па